Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.85

ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМИ РЕЗЕРВУВАННЯ МЕТОДОМ ТОЧНОЇ КАДРАТИЧНОЇ РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ

А. І. Косолап*, д. ф.-м. н., професор,*
А. О. Довгопола*, аспірантка*
Український державний хіміко-технологічний університет
anivkos@ua.fm, dovgopolaya09@mail.ru

Забезпечення заданого рівня надійності в системах обробки інформації реального часу є важливою та актуальною задачею, так як відмова або навіть збій в таких системах обробки інформації, може призвести до порушення роботи всієї системи, що в свою чергу може спричинити катастрофічні наслідки.

На практиці часто виникають задачі оптимального резервування, в яких є не одне, а декілька обмежень. Це призводить до суттєвих розрахункових труднощів та заставляє застосовувати нові або модифіковані алгоритми.

Пряму задачу оптимального резервування при декількох обмеженнях можна сформулювати наступним чином: потрібно знайти таку кількість елементів для кожної підсистеми, щоб потрібний показник надійності системи в цілому забезпечувався при мінімальних сумарних витратах на всі резервні елементи [1].

У формальному записі ця задача виглядає наступним чином: знайти вектор X_0 такий, що

$$C(X_0) = \min_{X_0 \in X} C(X),$$

де X − множина всіх можливих (допустимих) розв'язків, а надійність системи задовольняє умові

$$R(X) \geq R_0.$$

Резервні елементи підключаються паралельно робочому елементу, тому надійність таких систем визначаються формулою

$$R(X) = 1-(1-P)^{X+1},$$

де X – кількість резервних елементів системи, а P – її надійність.

В роботі будемо розглядати обернену задачу оптимального резервування, яка формулюється наступним чином: потрібно знайти таку кількість резервних елементів для кожної підсистеми, щоб при заданих допустимих витратах на систему в цілому по ресурсам кожного типу забезпечувався максимально можливий показник надійності системи [1]. У формальному запису ця задача, очевидно, відрізняється від оберненої задачі для одновимірного випадку лише областю допустимих розв'язків та може бути записана у вигляді: знайти вектор X_0 такий, що

$$R(X_0) = \max_{X_0 \in X} R(X)\,, \tag{1}$$

де X − множина всіх можливих (допустимих) розв'язків, які задовольняють обмеженням $C^{(j)}(X) \le C_0^{(j)}$, $j = 1,2,\dots,m$.

Перетворимо задачу (1) у вигляд:

$$\max\left\{\prod_{i=1}^{n} R_i(x_i) \mid \sum_{i=1}^{n} C_i(x_i) \le C_0, x \in N, x_i \ge 1, i = 1,\dots,n\right\}, \tag{2}$$

де N – множина цілих чисел. Для розв'язку задачі (2) використовуємо метод точної квадратичної регуляризації, за допомогою якого задачу (2) перетворюємо до вигляду [2]:

$$\max\left\{\|x\|^2 \mid -\prod_{i=1}^{n} R_i(x_i) + s + (r-1)\sum_{i=1}^{n+1} x_i^2 \le d, \sum_{i=1}^{n} C_i(x_i) \le C_0,\right.$$

$$\left.\sum_{i=1}^{n}(1-\cos(2\pi x_i)) + r\|x\|^2 \le d, x_i \ge 1, i = 1,\dots,n\right\}, \tag{3}$$

де необхідно знайти мінімальне значення змінної $d > 0$, для якої розв'язок задачі (3) буде задовольняти умові

$$2\sum_{i=1}^{n+1} x_i^2 = d. \tag{4}$$

Існує значення $r > 0$, для якого допустима множина задачі (3) буде опуклою, а значення параметра s вибираємо таким, щоб

$$\boldsymbol{s \ge \|x\|^2 + \prod_{i=1}^{n} R_i(x_i)}\,.$$

Значення змінної *d*, яке задовольняє умові (4) знаходимо методом дихотомії. При збільшенні *d*, різниця між лівою та правою частиною рівності (4) буде зменшуватись. Це дає змогу швидко отримати значення *d*, що задовольняє умові (4).

Таким чином, знаходимо розв'язок задач оптимального резервування систем методом точної квадратичної регуляризації. Проведені чисельні експерименти підтверджують ефективність даного методу для розв'язку цього класу задач.

Література

1. Ушаков И. А. Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений / И. А. Ушаков – М.: Советское радио, 1969. – 176 с.

2. Косолап А. И. Методы глобальной оптимизации / А. И. Косолап – Днепропетровск.: Наука и образование, 2013. – 316 с.